

Задание № 1.

Задача 1

В кошельке лежат две монеты на общую сумму 15 руб. Одна из них не 5 руб. Что это за монеты?

Решение

15 рублей двумя монетами можно набрать только одним способом: 10 рублей и 5 рублей. Так как одна из монет не 5 рублей, то она является монетой в 10 рублей, а другая монета в 5 рублей.

Ответ. 10 рублей и 5 рублей.

Задача 2

Сумма двух цифр a и b делится на 7. Докажите, что число $\overline{aba}$ делится на 7.

Решение

Представим число $\overline{aba} = 100a + 10b + a = 101a + 10b = 10(a + b) + 91a$. По условию задачи $a + b$ делится на 7, $91 = 7 \cdot 13$, то есть 91 делится на 7, значит, $10(a + b)$ и $91a$ делятся на 7, следовательно, число $\overline{aba}$ делится на 7.

Задача 3

Три каменщика берутся построить стену. Один из них может построить стену за 45 дней, работая со вторым – за 20 дней. За сколько дней может построить стену 3-й каменщик, работая один, если втроем они построят стену за 15 дней?

Решение

Так как один из каменщиков может построить стену за 45 дней, то за один день он может выполнить $\frac{1}{45}$ часть работы. Вместе со вторым каменщиком они могут построить стену за 20 дней, следовательно, вместе за один день они могут выполнить $\frac{1}{20}$ часть работы. Втроем каменщики построят стену за 15 дней, значит, работая втроем, за один день они выполняют $\frac{1}{15}$ часть работы. Найдем, какую часть работы выполняет третий каменщик за один день: $\frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{4 - 3}{60} = \frac{1}{60}$, то есть третий каменщик выполняет за день $\frac{1}{60}$ часть работы, значит, работая один, он может построить стену за 60 дней.

Ответ. За 60 дней.

Задача 4

Собрали 100 кг ягод. После сортировки 60% собранных ягод отправили в магазин для продажи. В магазине 11% поступивших ягод испортились, поэтому они не поступили в продажу. Сколько килограммов ягод было продано?

Решение

В магазин для продажи отправили $100 \cdot 0,6 = 60$ килограммов ягод. В магазине было продано $100\% - 11\% = 89\%$ поступивших ягод или $60 \cdot 0,89 = 53,4$ килограмма ягод.

Ответ. 53,4 кг.

Задача 5

В трех семьях мужья на 3 года старше своих жен. Известно, что Николай на 3 года моложе Надежды, Федору и Марии вместе 56 лет, а Степану и Елене вместе 50 лет. Кто на ком женат?

Решение

Так как Николай на 3 года моложе Надежды, то он не может быть женат на Надежде. В каждой семье муж старше жены на 3 года, значит, возраст одного из супругов число четное, а другого – число нечетное, следовательно, суммарный возраст мужа и жены будет числом нечетным. Тогда Федор не может быть женат на Марии, а Степан не может быть женат на Елене. Остается два возможных случая.

1. Николай женат на Марии, тогда Степан женат на Надежде, а Федор – на Елене.

Тогда, если Николаю x лет,
то Марии – $x-3$ года,
Федору – $56-(x-3)=59-x$ лет,
Елене – $56-x$ лет,
Степану – $50-(56-x)=x-6$ лет,
Надежде – $x-9$ лет.

Таким образом, получили, что Надежда на 9 лет моложе Николая, а это противоречит условию задачи. Значит, этот случай не возможен.

2. Николай женат на Елене, тогда Федор женат на Надежде, а Степан – на Марии.

Тогда, если Николаю x лет,
то Елене – $x-3$ года,
Степану – $50-(x-3)=53-x$ лет,
Марии – $50-x$ лет,
Федору – $56-(50-x)=x+6$ лет,
Надежде – $x+3$ года.

Таким образом, Надежда на 3 года старше Николая, что удовлетворяет условию задачи.

Ответ. Николай женат на Елене, Федор женат на Надежде, Степан женат на Марии.