<u>Задание 5</u>

Задача 1

Доказать, что каждое число вида $a^4 + 4$ составное, если ***a*** не равно **1**.

Решение

Доказательство вытекает из следующих преобразований

$$a^4 + 4 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2 = \left(a^2 + 2\right)^2 - 4a^2 = \left(a^2 + 2\right)^2 - (2a)^2 = \left(a^2 + 2 - 2a\right)\left(a^2 + 2 + 2a\right)$$

Отсюда следует, что число $a^4 + 4$ представимо в виде произведения двух сомножителей, не равных ему самому и единице, т.е. оно – составное, так как
$a^2 + 2 - 2a = \left(a^2 - 2a + 1\right) + 1 = (a-1)^2 + 1 \neq 1$, если $a \neq 1$.

Задача 2

Сократить дробь

$$\frac{a^{2n+1} - a^{2n-1}}{\left(a^{n+1} - a^n\right)^2}.$$

Решение

$$\frac{a^{2n+1} - a^{2n-1}}{\left(a^{n+1} - a^n\right)^2} = \frac{a^{2n}\left(a - \frac{1}{a}\right)}{a^{2n}(a-1)^2} = \frac{a^2 - 1}{a(a-1)^2} = \frac{a+1}{a(a-1)}.$$

Задача 3

Решить уравнение $\left(a^2 - 4\right)x = a^2 + a - 6$.

Решение

Если $a^2 - 4 \neq 0$, т.е. $a \neq \pm 2$, то $x = \dfrac{a^2 + a - 6}{a^2 - 4}, \Rightarrow\ x = \dfrac{a+3}{a+2}$.

Если $a^2 - 4 = 0$, то при a = -2 уравнение примет вид $0 \cdot x = -4$, т.е. уравнение не имееит решения.

При a = 2 уравнение примет вид $0 \cdot x = 0$, $x \in R$.

Задача 4

В двух кусках **24м** ситца. Сколько ситца в первом куске, если **15%** первого равны **75%** второго?

Решение

Пусть в первом куске x м, тогда во втором – (24-x) м.

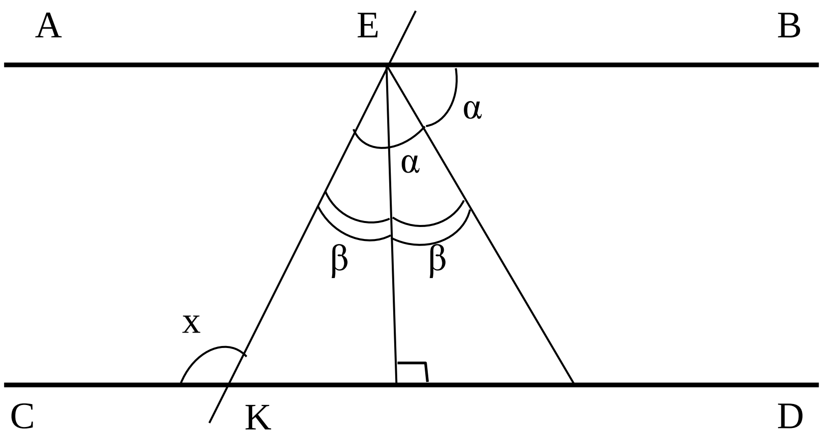
По условию задачи $0{,}15x = 0{,}75(24-x)$ м, $x = 5(24-x)$, $x = 20$.

Ответ: 20 м.

Задача 5

Прямые ***AB*** и ***CD*** параллельны. Прямая пересекает их в точках ***E*** и ***K***. Общий перпендикуляр параллельных прямых делит пополам угол между ***EK*** и биссектрисой угла ***BEK***. Найти $\angle CKE$

Решение



Обозначим искомый $\angle$CKE через x.

$2\alpha = x$,

$2\beta + \alpha = x$.

Отсюда $2\alpha = 2\beta + \alpha$ и $\alpha = 2\beta$,

$\alpha + \beta = 90^0$, $3\beta = 90^0$, $\beta = 30^0$, $x = 4\beta = 120^0$.

Ответ: 120^0.

электронная почта chmfmp@mm.unn.ru