Ваш регистрационный номер **9–\_\_\_\_\_** (**указывайте его в левом верхнем углу конверта**).

Письма высылать по адресу: 603950, ГСП-20, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 6, комн. 412, ННГУ, мехмат, ЗМШ. Вместе с решенным заданием не забудьте выслать конверт с заполненным на Ваше имя адресом. Сроки выполнения заданий: Сроки выполнения заданий: Задание 1- январь; Задание 2 - февраль; Задание 3 – март; Задание 4 – апрель, Задание 5 - май

Телефоны для справок**:465-66-92; 462-33-20 (с 1100 до 1500 )**.

Задания и решения смотрите на сайте: <http://www.itmm.unn.ru/postuplenie/podgotovka-k-ege-po-matematike/> (Поступление/ Заочная школа по математике для 7-8-9 классов)

#### ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9-го КЛАССА

**(2015-2016 учебный год)**

# Задание 1

1) Найдите

.

2) Докажите неравенство

,

где *n* – натуральное число, отличное от 1.

3). Из пункта А в пункт В доставлен груз. От пункта А его везли в автофургоне, а потом переложили на ожидавший грузовик, причём грузовик проехал до пункта В расстояние в три раза меньшее, чем автофургон от пункта А до места перегрузки (время, потребовавшееся на перегрузку, считается равным нулю). При этом для доставки груза из пункта А в пункт В потребовалось время, равное времени проезда из пункта А в пункт В со скоростью 64 км/ч. Если бы автофургон и грузовик выехали из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу, то они встретились бы через промежуток времени, необходимый для проезда из пункта А в пункт В со скоростью 120 км/ч. С какой скоростью ехал грузовик, если известно, что скорость автофургона не превосходит 75 км/ч?

4) Постройте график функции

.

5) В остроугольном треугольнике ABC из вершин A и C опущены высоты AP и CQ. Известно, что площадь треугольника ABC равна 18, площадь треугольника BPQ равна 2, а длина отрезка PQ равна . Вычислить радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

## Задание 2

1) Дана совокупность *m* различных натуральных чисел, *m*>7. Наименьшее общее кратное всех чисел равно 210. Для любых двух чисел наибольший общий делитель больше 1. Произведение всех чисел делится на 1920 и не является квадратом никакого целого числа. Найти эти числа.

2) Доказать, что при любом натуральном *n* имеет место неравенство

.

3) Найти решения системы

.

4) При каких значениях *а* корни многочлена



удовлетворяют неравенствам ?

5) Доказать, что во всяком треугольнике ABC между его площадью *S* и радиусами вписанной и описанной окружности существует соотношение .

## Задание 3

1) Доказать, что число вида



есть точный квадрат.

2) Число научно-технических книг в библиотеке равно 11/13 от числа художественных книг. При переезде библиотеки в другой город книги погрузили в два вагона. В первый вагон погрузили 1/15 часть научно-технических книг и 18/19 частей художественных книг. Во второй вагон погрузили 1/19 часть художественных книг и 14/15 частей научно-технических книг. Сколько книг каждого вида было в библиотеке, если в первом вагоне оказалось более 10000 книг, а во втором – менее 10000 книг?

3) Решите систему уравнений

.

4) Найти все значения *а*, при каждом из которых любое число является решением хотя бы одного из неравенств

,

.

5) Доказать, что если стороны треугольника образуют арифметическую прогрессию, то отрезок прямой, соединяющий точку пересечения медиан с центром вписанной окружности, параллелен средней стороне.

## Задание 4

1) Доказать, что  не делится на 7.

2) Двум токарям и ученику поручили выполнение срочной работы. Первый токарь может один выполнить всю работу за время на 3 часа большее, чем время, за которое второй токарь и ученик, работая одновременно, выполняют ту же работу. Второй токарь, работая один, может выполнить всю работу за то же время, за которое её выполняют первый токарь и ученик, работая одновременно. Время, затрачиваемое вторым токарем на самостоятельное выполнение всей работы, на 8 часов меньше удвоенного времени, затрачиваемого первым токарем на самостоятельное выполнение всей работы. За какое время будет выполнена вся работа двумя токарями и учеником, работающим одновременно?

3) Решить систему

.

4) Найти все значения *а*, при каждом из которых существует хотя бы одно х, удовлетворяющее условиям

.

5) Окружность радиуса *r* катится изнутри по окружности радиуса 2*r*. Какие линии описывают точки меньшей окружности?

### Задание 5

1) В вещевой лотерее разыгрывается 8 предметов. Первый подошедший к урне вынимает из неё 5 билетов. Какова вероятность того, что по крайней мере два билета выигрышные? Всего в урне 50 билетов.

2) Пункты P, Q, R, S расположены так, что пункт R находится внутри треугольника PQS, соединены прямолинейными дорогами PQ, QS, SP, PR и QR. Их длины соответственно 400, 600, 300, 80 и 400 км. Из одного из этих пунктов одновременно выехали три автомобиля, едущие без остановок с постоянными скоростями. Маршруты всех автомобилей различны, причём каждый из них состоит из трёх дорог и проходит через все пункты. Второй автомобиль перед проездом третьей дороги своего маршрута встретился с третьим в одном пункте, из которого они выехали по общей дороге. Первый и второй автомобили закончили свои маршруты в одном пункте, причём первый закончил свой маршрут на час позже автомобиля, закончившего маршрут раньше других. Найти скорости автомобилей, если скорость второго на 10 км/ч больше скорости первого, а скорости всех автомобилей заключены в интервале от 95 км/ч до 125 км/ч.

3) Решите систему уравнений

.

4) Определить, при каких *а* система уравнений



имеет ровно два решения.

5) Три равные окружности пересекаются в одной точке. Построены три прямые, каждая из которых проходит через вторую точку пересечения двух из окружностей и центр третьей. Доказать, что эти прямые пересекаются в одной точке.