

Задание № 1.

1. В кошельке лежат две монеты на общую сумму 15 руб. Одна из них не 5 руб. Что это за монеты?
2. Сумма двух цифр a и b делится на 7. Докажите, что число \overline{aba} делится на 7.
3. Три каменщика берутся построить стену. Один из них может построить стену за 45 дней, работая со вторым – за 20 дней. За сколько дней может построить стену 3-й каменщик, работая один, если втроем они построят стену за 15 дней?
4. Собрали 100 кг ягод. После сортировки 60% собранных ягод отправили в магазин для продажи. В магазине 11% поступивших ягод испортились, поэтому они не поступили в продажу. Сколько килограммов ягод было продано?
5. В трех семьях мужа на 3 года старше своих жен. Известно, что Николай на 3 года моложе Надежды, Федору и Марии вместе 56 лет, а Степану и Елене вместе 50 лет. Кто на ком женат?

Задание № 2.

1. Сколько существует прямоугольников с целочисленными сторонами, площадь которых равна 2017. Укажите длины сторон этих прямоугольников.
2. Постройте график функции $y = \begin{cases} -x+5, & x < -2; \\ 2x-1, & -2 \leq x \leq 5; \\ 9, & x > 5. \end{cases}$
3. Расстояние между двумя городами по озеру на 40 км меньше, чем по шоссе. Теплоход проходит это расстояние за 8 ч 30 мин, а автобус – за 6 ч. Найдите скорость автобуса и теплохода, если скорость теплохода на 15 км/ч меньше скорости автобуса.
4. На площади 248 га посеяли рожь, пшеницу и овес. Площадь, занятая пшеницей, составляет 40% площади, засеянной рожью, а овсом засеяно в полтора раза меньше, чем рожью. Найдите площадь, засеянную рожью, пшеницей и овсом по отдельности.
5. Сумма двух углов, образованных при пересечении двух прямых, равна 68° . Найдите величины каждого из углов, образованных при пересечении этих прямых.

Задание № 3.

1. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны пшено и рис, и велела перебрать смесь. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном – отобранное пшено, в другом – рис, а в третьем – еще не разобранный смесь. Чтобы не перепутать, Золушка на каждый мешок повесила по табличке: «Пшено», «Рис», «Смесь». Мачеха, вернувшись с бала первой и нарочно поменяла местами все таблички так, чтобы на каждом мешке оказалась неправильная надпись. Ученик феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешке не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одноединственное зернышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит. Как она это сделала?

2. Восстановите в примере отсутствующие цифры, отмеченные звездочками:

$$\begin{array}{r}
 \times 56^* \\
 \quad *4 \\
 \hline
 + **72 \\
 \quad **3* \\
 \hline
 \quad *****
 \end{array}$$

3. Отец сказал сыну: «10 лет тому назад я был в 10 раз старше тебя, а через 22 года я буду только в 2 раза старше тебя». Сколько лет теперь отцу и сколько сыну?
4. Докажите, что число $555^{777} + 777^{555}$ делится на 37 и найдите наибольшую степень числа 37, на которую делится это число.
5. Даны три различные точки A , B и C , лежащие на одной прямой, и точка D , не лежащая на этой прямой. Докажите, что по крайней мере два из трех отрезков AD , BD и CD не равны друг другу.

Задание № 4

1. Число единиц двузначного числа в 3 раза меньше числа десятков. Если цифры этого числа переставить, то полученное число будет меньше данного на 36. Найдите данное число.
2. Для каждого значения параметра a решите уравнение $3(3x + 1) = a(ax - 1)$.
3. Разложите на множители многочлен $a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3$.
4. Дан треугольник ABC . На сторонах AB и BC треугольника ABC вне этого треугольника построены равносторонние треугольники ABC_1 и BCA_1 соответственно. Докажите, что $CC_1 = AA_1$.
5. В мешке лежит 101 монета. Среди них есть одна фальшивая, которая отличается от других по весу. Находить фальшивую монету не требуется. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах и каким образом можно определить легче или тяжелее фальшивая монета?

Задание № 5

1. Расстояние между городами катер проходит по течению реки за 5 ч, а обратно – за 7 ч. Найдите расстояние между городами, если плот за 1 час проплывает 2 км.
2. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\frac{6 - a}{5ax + 3} = 2$.
3. Докажите справедливость равенства
$$\frac{ab(x + a)(x + b)}{(a - c)(b - c)} + \frac{ac(x + a)(x + c)}{(a - b)(c - b)} + \frac{bc(x + b)(x + c)}{(b - a)(c - a)} = x^2 + x(a + b + c) + ab + ac + bc$$
при $a \neq b, a \neq c, b \neq c$
4. В треугольнике ABC стороны $AB = BC = 14$ см. Перпендикуляр, проведенный к боковой стороне AB через её середину, пересёк основание треугольника в точке E . Точка E соединена с точкой B . Найти основание треугольника ABC , если периметр треугольника BEC равен 40 см.
5. Группа пенсионеров играла во дворе в лото. В разгар азарта одна фишка отлетела и разбила фару запорожца дворника Петровича. Захарыч сказал: «Это или Никитич, или Львович». Никитич сказал: « Это сделал не я и не Платоныч». Иваныч сказал: «По-моему, один из них говорит правду, а другой нет». А Платоныч сказал: «Иваныч, ты ошибаешься». А жена дворника в тот момент сидела на лавочке и все видела. Она сказала, что только один пенсионер солгал, но из-под чьей же руки вылетела роковая фишка, не сказала. Так кто же разбил фару запорожца? Ответ обосновать.