

Задание № 1.

1. Найдите остаток от деления 7^{2016} на 5.
2. Найдите все целые значения x , при которых значения выражения $x^4 + 2x^2 - x + 2$ равно простому числу.
3. На координатной плоскости постройте множество точек, удовлетворяющих уравнению $2y^2 - 3xy - 2x^2 = 0$.
4. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?
5. Медиана и высота треугольника, проведенные из одной вершины угла треугольника, делят этот угол на 3 равные части. Найдите все углы этого треугольника.

Задание № 2.

1. Запишите все делители числа, равного количеству делителей числа 2016.
2. Вычислите $\frac{2x+5y}{y-7x}$, если $\frac{xy-y^2}{x^2-xy+4y^2} = \frac{1}{5}$.
3. Решите уравнение $|||x-4|+2|-1|+3|=2$.
4. Ученик выполнил контрольную работу, в которой было 20 задач. За каждую правильно решенную задачу ему начисляли 8 баллов, за каждую решенную неверно задачу – снимали 5 баллов, а за те задачи, к которым он не приступал, – начисляли нуль баллов. Всего ученик получил 13 баллов. Сколько задач ученик решил верно?
5. На двух сторонах треугольника вне его построены квадраты. Докажите, что отрезок, соединяющий концы сторон квадратов, выходящих из одной вершины треугольника, в два раза больше медианы треугольника, выходящей из той же вершины.

Задание № 3.

1. Найдите наименьшее число, которое при делении на 2 дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4, при делении на 6 дает в остатке 5.
2. Докажите, что число $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ является иррациональным.
3. Решите уравнение $x^4 - 4x^3 + 8x + 3 = 0$.
4. Дан параллелограмм $ABCD$. Биссектрисы его углов A и D делят сторону BC на три равные части. Найти стороны параллелограмма, если его периметр равен 40.
5. Имеется 1 золотая, 3 серебряных и 5 бронзовых медалей. Известно, что одна из медалей фальшивая: легче настоящей. Настоящие медали из одного металла весят одинаково (а из разных – не одинаково). Внешне фальшивая медаль ничем не отличается от настоящей. Укажите, как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти фальшивую медаль.

Задание № 4

1. Решить уравнение $4x^2(2x+1)^2 - 2x(4x^2 - 1) = 30(2x - 1)^2$.
2. Сравнить числа: $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}$ и $\frac{1}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$.
3. Найти значения параметра a , при которых уравнение $(2a+8)x^2 - (a+4)x + 3 = 0$ имеет единственное решение.
4. В треугольнике ABC BD – медиана, M – произвольная точка, лежащая на медиане BD . Прямые AM и CM пересекают стороны треугольника BC и AB соответственно в точках E и F . Докажите, что $EF \parallel AC$.
5. Четыре супружеских пары отмечали день рождения. За чаепитием Лена съела 3 конфеты, Катя – 2 конфеты, Алина – 4 и Аня – одну конфету. Антон съел столько же конфет, сколько и его жена, Илья – вдвое больше своей жены, Александр – в три раза больше своей жены и Алексей – в 4 раза больше своей жены. Если все присутствующие съели вместе 32 конфеты, то не могли бы Вы сказать, как зовут жену Александра? Ответ обосновать.

Задание № 5

1. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби: $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 3}$.
2. При каких значениях параметра a решением системы $\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$ является промежуток длины 5?
3. Найти координаты точек пересечения графика квадратичной функции с осями координат, если сумма коэффициентов соответствующего ей квадратного трехчлена равна 2, а наименьшее значение, равное $-2,5$, достигается при $x = 4$.
4. Вершины четырехугольника $ABCD$ лежат на окружности, причем AC – биссектриса угла DAB . Докажите, что $AC \cdot BD = AD \cdot DC + AB \cdot BC$.
5. Два гениальных математика, не достигшие пенсионного возраста, встретились после долгого перерыва, чтобы прогуляться по аллее. Петя в это время сидел в кустах и подслушал их странный разговор:
 - Ну, а дети у тебя есть?
 - Три сына.
 - А сколько им лет?
 - Если перемножить, то будет как раз твой возраст.
 - (Немного подумав.) Мне этих данных не достаточно.
 - Еще если сложить их возраст, получится сегодняшнее число.
 - (Вновь после размышления.) Нет, пока не могу вычислить.
 - Ну, так средний сын любит танцевать.
 - А, теперь ясно!

Петя в кустах впал в ступор. А Вы сможете определить возраст каждого из сыновей? Ответ обосновать.