**7 класс Задание № 1 2017-2018 г.г.**

**Задача 1**

Все костяшки домино выложили в цепь по правилам игры в домино. На одном конце оказалось шесть очков. Сколько очков на другом конце?

**Решение**

В полном наборе игры домино 28 костей, разделенных на половины. На каждой половине указано число очков от 0 до 6. Каждое из значений от 0 до 6 встречается на 8 половинках (28·2:7=8). По правилам игры в домино одну кость можно приставить к другой, если значения на приложенных друг к другу половинках разных костей совпадают. Таким образом, если все кости выложили в цепь, то внутри цепи все значения разбиты на совпадающие пары. Так как каждое число очков на костях домино встречается четное число раз, то на одном конце цепи будет такое же число очков, какое на другом конце цепи. Так как на одном конце оказалось шесть очков, то и на другом конце цепи тоже будет шесть очков.

**Ответ.** Шесть очков.

**Задача 2**

Существует ли трехзначное число , равное сумме трех двузначных чисел , , ?

**Решение**

**1 способ.** , ,  Так как – трехзначное число, а  – двузначное число, то *a, b, c* – цифры, причем 1 ≤ *a*≤ 9, 1 ≤ *b*≤ 9, 0 ≤ *c*≤ 9. По условию задачи . Тогда

100*a* + 10*b* + *c*= 10*a* + *b* + 10*a* + *c*+ 10*b* + *c*;

100*a* – 10*a* – 10*a* = *b* + *c*+ 10*b* + *c*– 10*b* – *c*;

80*a* = *b* + *c*.

Так как *а* ≥ 1, *b*≤ 9, *c*≤ 9, то80*a* ≥ 80, а *b* + *c*≤ 9 + 9 = 18, следовательно, равенство 80*a* = *b* + *c*не выполняется ни при каких 1 ≤ *a*≤ 9, 1 ≤ *b*≤ 9, 0 ≤ *c*≤ 9.

**2 способ.** Так как – трехзначное число, а  – двузначное число, то *a, b, c* – цифры, причем 1 ≤ *a*≤ 9, 1 ≤ *b*≤ 9, 0 ≤ *c*≤ 9. Наибольшее двузначное число 99, следовательно, сумма трех двузначных чисел , ,  не превосходит 99·3 = 297, значит,  то есть, *а* < 3.

Если *а* = 2, то сумма трех двузначных чисел , ,  не превосходит 29·2 + 99 = 157, значит,  что противоречит условию *а* = 2. Таким образом, *а* ≠ 2.

Если *а* = 1, а *b*≤ 5, то сумма трех двузначных чисел , ,  не превосходит 15 + 19 + 59 = 93, следовательно,  не является числом трехзначным, что противоречит условию. Значит, *b* > 5.

Если *а* = 1, *b*= 6, то сумма трех двузначных чисел , ,  не превосходит 16 + 19 + 69 = 104, значит,  что противоречит условию *b* = 6. Таким образом, *b* ≠ 6.

Если *а* = 1, *b*= 7, то сумма трех двузначных чисел , ,  не превосходит 17 + 19 + 79 = 115, значит,  что противоречит условию *b* = 7. Таким образом, *b* ≠ 7.

Если *а* = 1, *b*= 8, то сумма трех двузначных чисел , ,  не превосходит 18 + 19 + 89 = 126, значит,  что противоречит условию *b* = 8. Таким образом, *b* ≠ 7.

Если *а* = 1, *b*= 9, то сумма трех двузначных чисел , ,  не превосходит 19 + 19 + 99 = 137, значит,  что противоречит условию *b* = 9. Таким образом, *b* ≠ 9.

Следовательно, трехзначного числа , равного сумме трех двузначных чисел , ,  не существует.

**3 способ.** Так как – трехзначное число, а  – двузначное число, то *a, b, c* – цифры, причем 1 ≤ *a*≤ 9, 1 ≤ *b*≤ 9, 0 ≤ *c*≤ 9. Пусть . Тогда последняя цифра суммы *b* + *c* + *c* должна совпадать с цифрой *с*, следовательно, сумма *b* + *c* должна оканчиваться на ноль. Так как *b*≤ 9 и *c*≤ 9, то *b* + *c*≤ 18, следовательно,  *b* + *c*= 10. Тогда, сравнивая цифры в разряде десятков у  и , получаем, что последняя цифра суммы *а* + *а* + *b* + 1 должна совпадать с цифрой *b*, следовательно, сумма *а* + *а* + 1 должна оканчиваться на ноль. Число, оканчивающееся на ноль является четным, а число *а* + *а* + 1 = 2*а* + 1 является нечетным, следовательно, сумма *а* + *а* + 1 на ноль оканчиваться не может. Получили противоречие, значит, трехзначного числа , равного сумме трех двузначных чисел , ,  не существует.

**Ответ.** Трехзначного числа не существует.

**Задача 3**

Первый трактор за 3 дня может вспахать 25% поля, второй за 4 дня может вспахать  поля, а третий трактор может вспахать поле за 10 дней. За сколько дней три трактора, работая вместе, вспашут 70% поля?

**Решение**

Найдем сначала производительность каждого трактора.

Так как первый трактор за 3 дня может вспахать 25% поля или  часть поля, то за один день первый трактор может вспахать  поля.

По условию задачи второй трактор за 4 дня может вспахать  поля, тогда за один день второй трактор может вспахать  поля.

В силу того, что третий трактор может вспахать все поле за 10 дней, то за один день третий трактор может вспахать  поля.

Работая вместе, все три трактора за один день могут вспахать  поля или 35% поля. Следовательно, 70% = 2·35% поля три трактора вспашут за 2 дня, работая вместе.

**Ответ.** За 2 дня.

**Задача 4**

На дороге, соединяющей два аула, нет горизонтальных участков. Автобус идет в гору всегда со скоростью 15 км/ч, а под гору – 30 км/ч. Найдите расстояние между аулами, если известно, что путь туда и обратно автобус проезжает за 4 часа.

**Решение**

Пусть расстояние между аулами равно *S*км. Ту часть дороги, которую из первого аула во второй автобус идет в гору, на обратном пути автобус идет под гору; а ту часть дороги, которую из первого аула во второй автобус идет по гору, на обратном пути автобус идет в гору. Так как на дороге, соединяющей два аула, нет горизонтальных участков, то путь, пройденный автобусом туда и обратно под гору, равен пути, пройденному автобусом туда и обратно в гору, и оба они равны расстоянию между аулами. Тогда на путь туда и обратно в гору автобус затратит  часов, а на путь туда и обратно под гору –  часов. На весь путь туда и обратно автобус затратит  часов, что по условию задачи составляет 4 часа. Получаем уравнение









*S*= 40.

Значит, расстояние между аулами равно 40 км.

**Ответ.** 40 км.

**Задача 5**

Дама сдавала в багаж рюкзак, чемодан, саквояж, корзину. Чемодан весит больше, чем рюкзак. Саквояж и рюкзак вместе весят больше, чем две остальные вещи, а корзина и саквояж вместе весят столько же, сколько чемодан и рюкзак. Какая из вещей самая тяжелая, а какая самая легкая? Ответ обосновать.

**Решение**

Обозначим массу саквояжа С, чемодана – Ч, рюкзака – Р, корзины – К. Тогда по условию задачи Ч > Р, С + Р > Ч + К, С + К = Ч + Р. Из последнего равенства выразим массу саквояжа: С = Ч + Р – К и подставим ее во второе неравенство:

С + Р > Ч + К,

Ч + Р – К + Р > Ч + К,

2Р > 2К,

Р > К.

Таким образом, рюкзак тяжелее корзины.

Выразим теперь из равенства С + К = Ч + Р массу корзины: К = Ч + Р – С и подставим ее в неравенство С + Р > Ч + К:

С + Р > Ч + К,

С + Р > Ч + Ч + Р – С,

2С > 2Ч,

С > Ч.

Таким образом, саквояж тяжелее чемодана.

Тогда с учетом условия задачи имеем три неравенства: Ч > Р, Р > К, С > Ч. Из этих неравенств следует, что С > Ч > Р > К, то есть самая тяжелая вещь – саквояж, а самая легкая – корзина.

**Ответ.** Самая тяжелая вещь – саквояж, самая легкая – корзина.