

**Задание № 1.**

1. Какое из чисел больше:  $31^{11}$  или  $17^{14}$ ? Ответ обосновать.
2. Простые числа  $p$  и  $q$  и натуральное число  $n$  удовлетворяют соотношению

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{pq} = \frac{1}{n}.$$

Найдите эти числа.

3. Найдите площадь треугольника, стороны которого лежат на прямых  $y - 1 = 0$ ,  $3x - 2y - 1 = 0$ ,  $6x + 7y - 79 = 0$ ?
4. Цена билета для входа в ботанический сад была 450 руб. После снижения её количество посетителей увеличилось на половину, а денежный сбор за билеты увеличился на одну четверть. На сколько рублей снизили цену на билеты?
5. В треугольнике  $ABC$  стороны  $AB$  и  $BC$  равны,  $\angle B = 20^\circ$ . На стороне  $AB$  отмечена такая точка  $D$ , что  $BD = AC$ . Найдите величину угла  $ACD$ .

## Задание № 2

1.  $p$  – простое число такое, что  $p^2 - 1$  не делится на 24. Найдите все  $p$ .
2. Решите уравнение  $|15x - 6| - |4 - 25x^2| = 0$ .
3. Решите в целых числах уравнение  $3xy + 3x + y = 2017$ .
4. Морская вода содержит 5% (по массе) соли. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 40 кг морской воды, чтобы содержание соли в воде составляло 2%?
5. Сумма углов при одном из оснований трапеции равна  $90^\circ$ . Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, равен их полусумме.

**Задание № 3.**

1. Даны четыре последовательных четных числа. Докажите, что произведение средних чисел всегда больше произведения крайних чисел на 8.
2. Докажите, что дробь  $\frac{65n + 12}{39n + 7}$  несократима ни при каком целом  $n$ .
3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 - 4y = -7, \\ y^2 + 2x = 2. \end{cases}$$
4. В прямоугольнике  $ABCD$   $AB = 2$ ,  $BC = \sqrt{3}$ . Точка  $E$  на прямой  $AB$  выбрана так, что  $\angle AED = \angle DEC$ . Найти  $AE$ .
5. На вопрос о возрасте Катя ответила, что ей столько лет, сколько было дней рождения у деда. Катя и ее младший брат родились между двумя днями рождения деда. Всем троим вместе 107 лет. Сколько лет Кате?

**Задание № 4**

1. Найти сумму кубов корней уравнения  $(x^2 + 5x - 7)^2 - 2(x^2 + 5x - 6) - 6 = 0$ .
2. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 3}$ .
3. Найти значения параметра  $a$ , при которых абсциссы  $x_1$  и  $x_2$  точек пересечения графика функции  $y = ax^2 - (a + 3)x + 3$  с осью абсцисс удовлетворяют соотношению  $\frac{x_1}{x_2} = 1,5$ .
4. Основания трапеции равны 4 и 9, а её диагонали равны 5 и 12.
  - а) Докажите, что диагонали трапеции перпендикулярны.
  - б) Найдите высоту трапеции.
5. На двух скамейках сидят по 6 ребят. Все они разного возраста, никому из них еще нет 16 лет. Суммы возрастов ребят (в целых числах) на обеих скамейках одинаковы, одинаковы и произведения их возрастов. Сидят ли на одной скамейке те, кому 15 и 14 лет? Ответ обосновать.

## Задание № 5

1. Найдите  $a^2$  и  $a$ , если  $a = \sqrt{15 - 4\sqrt{14}} - \sqrt{15 + 4\sqrt{14}}$ .
2. Найдите все значения параметра  $b$ , при которых квадратный трехчлен  $-2x^2 + 4x - 3b + 1$  имеет два различных действительных корня, сумма кубов которых меньше 20.
3. Определите координаты точки графика функции  $y = x^2 + 3x + 5$ , сумма расстояний от которой до осей координат – наименьшая.
4. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $M$ . Пусть  $AB$  – хорда большей окружности, которая касается меньшей в точке  $T$ . Докажите, что  $MT$  – биссектриса угла  $AMB$ .
5. Два ежа устроили состязание по скоростному бегу. Первый на своем пути не встретил никаких препятствий, а на пути второго оказались две огромные черепахи, и он, не сворачивая, побежал по их спинам. Одна черепаха длиной 1 м двигалась ему навстречу со скоростью 6 см/мин, другая длиной 0,5 м двигалась со скоростью 16 см/мин в том же направлении, что и еж. Оба ежа затратили на пробег одинаковое время. Кто из них был лучшим бегуном?