8 класс 2019-2020 уч.гг

**Задание № 4**

**Задача 1**

Решить уравнение



**Решение**

Преобразуем уравнение: в левой части перемножим первый и четвертый множители, а также второй и третий множители, а в правой части возведем каждое слагаемое в квадрат и приведем подобные слагаемые. Получим,









Обозначим, *у* = *х*2 + 5*х* + 4, тогда уравнение примет вид







Вернемся к замене, получим два квадратных уравнения

 или .

В каждом уравнении выделим полный квадрат относительно *х*.

; ;

; ;

. так как 

то , следовательно, урав- нение действительных корней не имеет.

**Ответ.** .

**Задача 2**

Сравните числа  и .

**Решение**

Преобразуем второе число, используя свойства корня и формулы сокращенного умножения. Получим,











**Ответ.** Числа равны.

**Задача 3**

Найти все значения параметра *а*, при которых графики функций  и  имеют единственную общую точку.

**Решение**

Графики функций  и  имеют единственную общую точку тогда и только тогда, когда система уравнений



имеет единственное решение. А система уравнений имеет единственное решение тогда и только тогда, когда уравнение  будет иметь единственное решение. Полученное уравнение является квадратным уравнением с параметром , которое единственное решение может иметь в двух случаях:

1. Старший коэффициент уравнения равен нулю, а коэффициент перед *х* в ноль не обращается, то есть уравнение является линейным с отличным от нуля коэффициентом перед *х*.
2. Старший коэффициент уравнения отличен от нуля и дискриминант квадратного трехчлена равен нулю, то есть уравнение является квадратным и имеет единственный корень.

Для каждого из двух возможных случаев составим и решим систему ограничений на параметр.

1.  II. 

 

система не имеет решений. 



.

**Ответ.** .

**Задача 4**

Боковые стороны *АВ* и *СD* трапеции *АВСD* соответственно равны 20 и 29, а основание *ВС* равно 4. Найдите площадь трапеции *АВСD*, если биссектриса угла *АDС* пересекает сторону *АВ* в ее середине.

**Решение**

Пусть *М* – середина *АВ*, *N* – середина *СD*, тогда *МN* – средняя линия трапеции *АВСD* (по определению), *DМ* – биссектриса ∠*АDС* (по условию).

*В*

*А*

*С*

*D*

*M*

*N*

*Н*

По свойству средней линии трапеции *МN* || *AD*, следовательно, ∠*АDМ* = ∠*DМN* (как накрест лежащие при *МN* || *AD* и секущей *DМ*).

Так как *DМ* – биссектриса ∠*АDС*, то ∠*АDМ* = ∠*МDN*, значит, ∠*DМN* = ∠*МDN*, следовательно, Δ*DМN* равнобедренный (по признаку), *МN* = *DN*.

Так как *N* – середина *СD*, то *DN* = *СD* =  = 14,5, значит, *МN* = *DN* = 14,5.

По свойству средней линии трапеции *МN* = (*АD* + *ВC*), откуда *АD* = 2*МN* – *ВС* = 2·14,5 – 4 = 29 – 4 = 25.

Проведем *СН* || *AВ*, *Н* ∈ *AD*. Так как *СН* || *AВ* и *ВС*|| *AD* (как основания трапеции), то *АВСН* – параллелограмм (по определению), следовательно, *АВ* = *СН* = 20, *ВС* = *АН* = 4 (по свойству параллелограмма). Тогда *НD* = *AD* – *АН* = 25 – 4 = 21.

Рассмотрим Δ*СНD*. *СН* = 20, *НD* = 21, *СD* = 29. *СН*2 + *НD*2 = 202 + 212 = = 400 + 441 = 841 = 292 = *СD*2, значит, Δ*СНD* – прямоугольный (по теореме, обратной теореме Пифагора), ∠*СНD* = 90°, то есть *СН* ⊥ *AD*.

Так как *СН* || *AВ* и *СН* ⊥ *AD*, то *АВ* ⊥ *AD* (по свойству параллельных прямых), то есть *АВ* – высота трапеции *АВСD*. Тогда .

**Ответ.** *SABCD* = 290.

**Задача 5**

Окунь вызвал карася на состязание в скорости плавания. Хитрый карась предложил окуню проплыть от коряги до моста, тот затратил на это 12,5 с. Карась проплыл за такое же время от моста до коряги и заявил, что состязание окончилось вничью. Однако арбитр состязания сом предложил каждому из них проплыть ту же дистанцию в обратном направлении. На этот раз окунь затратил всего 10 с. Считая, что собственная скорость каждого пловца была оба раза одинаковой, определите, сколько времени карась плыл от коряги до моста.

**Решение**

Обозначим, *S* м – расстояние от коряги до моста, *х* м/с – собственная скорость окуня, *у* м/с – собственная скорость карася, *а* м/с – скорость течения реки. Так как окунь от коряги до моста плыл 12,5 с, а от моста до коряги 10 с, то течение реки направлено от моста в сторону коряги. Тогда *S* = 10(*х* + *а*) = 12,5(*х* – *а*), откуда 10*х* + 10*а* = 12,5*х* – 12,5*а*; 2,5*х* = 22,5*а*; *х* = 9*а*; *S* = 10(9*a* + *a*) = 100*a*.

С другой стороны, карась от моста до коряги доплыл за 12,5 с, значит, *S* = 12,5(*у* + *а*); 100*а* = 12,5*у* + 12,5*а*; 12,5*у* = 87,5*а*; *у* = 7*а*. Тогда на путь от коряги до моста карась затратил (с).

**Ответ.** с.