

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9-го КЛАССА
(2020-2021 учебный год)

Задание 1

1) Среди старых бумаг был обнаружен счет:

72 индюшки -67,9- долларов.

Первая и последняя цифры числа, обозначающего стоимость птиц, стёрлись и стали неразборчивыми.

Что это за цифры и сколько стоила одна индюшка?

2) Пусть a – наименьшее значение функции

$$y = x^2 - 4x + 13.$$

Найдите четыре числа, образующие геометрическую прогрессию, у которой третий член больше первого на a , а второй больше четвертого на 18.

3) Двадцать четыре школьника разбились на две группы. Первая из них пошла в цирк, вторая – в кино. При этом оказалось, что на цирк и кино было затрачено одинаковое количество денег. Если бы билет в цирк стоил на 160 рублей дешевле, а билет в кино – на 160 рублей дороже, то, истратив на билеты в цирк и на билеты в кино те же суммы денег, в цирк и в кино смогли бы пойти вместе 19 школьников. Если бы при прежней стоимости билетов вторая группа школьников пошла в цирк, а первая группа – в кино, то на билеты в цирк ушло бы на 9600 рублей больше, чем на билеты в кино. Сколько стоили билеты в цирк и в кино?

4) Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + y - 4} + \sqrt{5 - 2y - x} = 2\sqrt{2 + y - x}$$

5) В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза длиннее основания BC . Пусть $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$. Найдите векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{DA}$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9-го КЛАССА
(2020-2021 учебный год)

Задание 2

1. Студент за 5 лет учебы написал 31 реферат. В каждом следующем году он сдавал рефератов больше, чем в предыдущем. На пятом курсе рефератов было втрое больше, чем на первом. Сколько рефератов было написано на четвертом курсе?

2. В каком из выражений $(1 + x^2 - x^3)^{1000}$ или $(1 - x^2 + x^3)^{1000}$ после раскрытия скобок и приведения подобных членов будет стоять больший коэффициент при x^{20} ?

3. Два парохода, скорость которых в стоячей воде одна и та же, отправляются от двух пристаней: первый пароход от пристани А вниз по течению, второй – от пристани В вверх по течению. Каждый пароход, дойдя до конечного пункта, стоит там 45 мин и возвращается обратно. Если пароходы отправляются от начальных пунктов одновременно, то на обратном пути они встречаются в точке С, которая в два раза ближе к А, чем к В. Если первый пароход отходит от А на 1 час позже, чем второй пароход отходит от В, то на обратном пути пароходы встречаются в 20 км от А. Если первый пароход отходит от А на 30 мин раньше, чем второй отходит от В, то на обратном пути они встречаются в 5 км выше С. Найдите скорость течения реки и время, за которое второй пароход доходит от А до С.

4. При каких a неравенство

$$ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$$

выполнено при всех $x > 0$?

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y\sqrt{2-4y} + x\sqrt{2+4x} = 2\sqrt{6(x-y+1)} \\ x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9-го КЛАССА
(2020-2021 учебный год)**

Задание 3

1) Пусть n – натуральное число. Через $n!!$ обозначается произведение всех нечетных чисел от 1 до n , если n нечетное, и произведение всех четных чисел от 2 до n , если n четное. Докажите, что число $2020!! \cdot 2019!!$ делится на 2021.

2) На скамейку садятся трое мальчиков и две девочки, размещаясь при этом чисто случайно. Что более вероятно: девочки окажутся разделенными друг от друга или будут сидеть рядом?

3) Банк предлагает клиентам сберегательные сертификаты трех видов (при минимальной сумме вклада 100 тыс. рублей):

1-й: сроком на 3 года и увеличением вклада на 17%;

2-й: сроком на 2 года и увеличением вклада на 11%;

3-й: сроком на 1 год и увеличением вклада на 5%.

Если клиент закрывает вклад по сберегательному сертификату раньше установленного срока, то проценты по вкладу не начисляются.

Какая наибольшая сумма может оказаться у клиента банка, вложившего в сертификат 200 тыс рублей, через 4 года? (Предполагается, что за это время процентные ставки по сертификатам меняться не будут).

4) Найдите периметр фигуры, координаты точек которой удовлетворяют неравенствам

$$\begin{cases} |x + 4| + y \leq 3 \\ x^2 + y^2 + 8x + 20 \leq 6y \end{cases}$$

5) Диагонали выпуклого четырехугольника ABCD пересекаются в точке Q. Через точку Q проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках K и L соответственно. Найдите длину отрезка AQ, если известно, что $AK=KB$, $DL:LC=2:1$, $BQ:QD=2:3$, $CQ=6$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9-го КЛАССА
(2020-2021 учебный год)

Задание 4

1. Какое трехзначное число имеет наибольшее число делителей?
2. В классе учится 30 учеников. На каждом уроке геометрии учитель опрашивает по домашнему заданию 10 человек, причем среди опрашиваемых всегда есть один, у которого проверяли работу на прошлом уроке. Один из учеников решил, что будет готовить домашнее задание к следующему уроку только в том случае, если его не спрашивали на предыдущем. На что у него больше шансов – впустую подготовиться к уроку или получить двойку за невыполненное задание?
3. Из точки A по прямой начали двигаться одновременно в одном направлении две точки: первая равноускорено с начальной скоростью 3 м/с и ускорением 2 м/с^2 , вторая – равномерно. Какую скорость могла иметь вторая точка, если сначала она обогнала первую точку, а затем первая точка догнала вторую на расстоянии не большем, чем 10 м от A ?
4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$$
имеет два корня.
5. Около треугольника ABC описана окружность. Продолжение биссектрисы CM треугольника пересекает окружность в точке D . Найдите площадь треугольника ABC , если $AM=2$, $BM=3$, $DM=2$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9-го КЛАССА
(2020-2021 учебный год)

Задание 5

1. В классе имеется a_1 учеников, получивших в течение года хотя бы одну двойку, a_2 учеников, получивших не менее двух двоек, ... a_k учеников, получивших не менее k двоек. Больше, чем k двоек, не получил ни один ученик. Сколько всего двоек в этом классе?

2. Близнецы Аня и Таня сидят в школе за одной партой, одна из девочек всегда садится слева, а другая – справа. Каждая из них утверждает, что она – Таня. Учительница знает, что девочка справа лжет один раз из четырех, а девочка слева – один раз из пяти. Помогите учительнице найти вероятность того, что Аня сидит слева.

3. Из пункта А одновременно стартуют три бегуна и одновременно финишируют в том же пункте, пробежав по маршруту, состоящему из прямолинейных отрезков АВ, ВС, СА, образующих треугольник АВС. На каждом из указанных отрезков скорости у бегунов постоянны и равны: у первого 10, 16 и 14 км/ч соответственно, у второго – 12, 10 и 16 км/ч соответственно. Третий бегун в пунктах В и С оказывается не один и меняет скорость на маршруте один раз. Установите, является ли треугольник АВС остроугольным или тупоугольным.

4. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^4 - (a - 1)\sqrt{a + 3}y + a^4 + 2a^3 - 9a^2 - 2a + 8 = 0, \\ y = \sqrt{a + 3}x^2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

5. Окружность радиуса $\sqrt{6}$, вписанная в трапецию ABCD, касается её боковых сторон АВ и CD в точках М и N соответственно. Известно, что $AM=8MB$ и $DN=2CN$. Найдите длину отрезка MN.